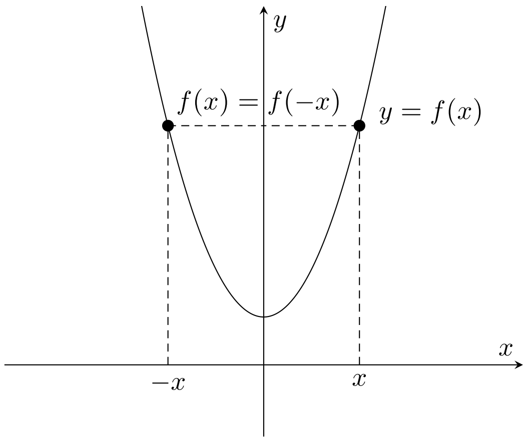
Funkce

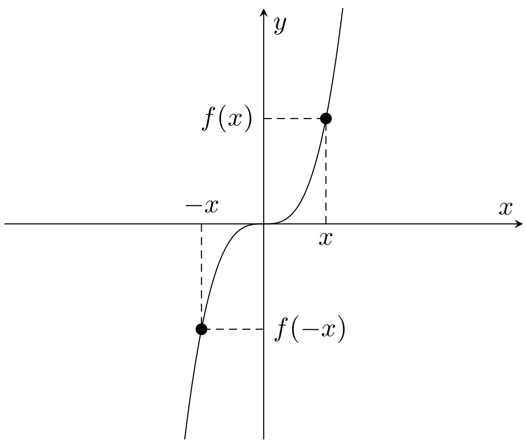
Sudost a lichost

Nyní se budeme věnovat souměrnosti. Funkce se nazývá:

- **Sudá** - pokud je souměrná podle osy y. To znamená že $f(x) = f(-x)$, takže když zvolíme na obou stranách osy x body, které jsou stejně vzdálené od počátku, musí se jejich hodnoty rovnat. Graficky sudá funkce vypadá takto:



- **Lichá** - pokud je souměrná podle počátku. To znamená že $f(-x) = -f(x)$ nebo také $-f(-x) = f(x)$ (což je jinak zapsaný stejný význam). Nejlepší bude grafická ukázka:



  ze které vidíme že se skutečně $f(-x) = -f(x)$ jelikož $-f(x)$ je přehozená hodnota podle osy x.

Výhodné je že tyto vlastnosti můžeme poznat podle předpisu pouhým dosazením $(-x)$ za x a porovnání výsledků. Ukažme si to na příkladech.

Příklady

Zjistěte jestli jsou následující funkce sudé nebo liché:

(a) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 2}$

(b) $g(x) = \dfrac{x - 2}{x + 1}$

(c) $h(x) = x^2 - 4$

Řešení:

(a) zjistíme si jednotlivé předpisy:

$f(-x) = \dfrac{x}{x^2 - 2} = \dfrac{-x}{(-x)^2 - 2} = -\dfrac{x}{x^2 - 2}$

$-f(x) = -\dfrac{x}{x^2 - 2}$

z čehož vidíme že $f(-x) = -f(x)$ a proto je funkce **lichá**.

(b) zjistíme si jednotlivé předpisy:

$g(-x) = \dfrac{(-x) - 2}{(-x) + 1} = \dfrac{-x - 2}{1 - x}$

$-g(x) = -\dfrac{x - 2}{x + 1}$

z čehož vidíme že $g(-x) \neq -g(x)$ a $g(x) \neq g(-x)$, proto funkce není ani sudá ani lichá.

(c) zjistíme si jednotlivé předpisy:

$h(-x) = (-x)^2 - 4 = x^2 - 4$

$-h(x) = -x^2 + 4 = 4 - x^2$

z čehož vidíme že $h(x) = h(-x)$ a proto je funkce **sudá**.