Integrální počet funkcí více proměnných

Transformace trojného integrálu

Pokud chceme použít libovolnou transformaci oblasti I pomocí substitučních rovnic $x = g(u;v;w); y = h(u;v;w); y = k(u;v;w)$, tak použijeme přepočet:

$$\iiint\limits_I f(x;y;z)\,dxdydz = \iiint\limits_A f(g(u;v;w);h(u;v;w);k(u;v;w)) \cdot |J|\,dudvdw$$

kde:

$$J = \begin{vmatrix} g_u & g_v & g_w \\ h_u & h_v & h_w \\ k_u & k_v & k_w \end{vmatrix}$$

Tedy pro **posunutí** máme:

$$x = u + a$$
$$y = v + b$$
$$z = w + c$$

$$J = \begin{vmatrix} g_u & g_v & g_w \\ h_u & h_v & h_w \\ k_u & k_v & k_w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$\iiint\limits_I f(x;y;z)\,dxdydz = \iiint\limits_A f(u+a;v+b;w+c) \cdot |1|\,dudvdw =$$
$$= \iiint\limits_A f(u+a;v+b;w+c)\,dudvdw$$

a pro **dilataci** máme:

$$x = au$$
$$y = bv$$
$$z = cw$$

$$J = \begin{vmatrix} g_u & g_v & g_w \\ h_u & h_v & h_w \\ k_u & k_v & k_w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = abc$$

$$\iiint\limits_I f(x;y;z)\,dxdydz = \iiint\limits_A f(au;bv;cw) \cdot |abc|\,dudvdw$$