

Komplexní čísla

Odvození vzorce pro diskriminant

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) &= 0 \quad / : a \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{D}{4a^2} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{-D}{4a^2} &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{-D}}{2a} \right)^2 &= 0 \\ \left(x + \frac{b}{2a} + i \frac{\sqrt{-D}}{2a} \right) \left(x + \frac{b}{2a} + i \frac{\sqrt{-D}}{2a} \right) &= 0 \\ \left(x + \frac{b - i\sqrt{-D}}{2a} \right) \left(x + \frac{b + i\sqrt{-D}}{2a} \right) &= 0 \end{aligned}$$

Odtud dostáváme (jelikož chceme vynulovat jednotlivé závorky), že:

$$\begin{aligned} x + \frac{b - i\sqrt{-D}}{2a} &= 0 \\ x &= -\frac{b - i\sqrt{-D}}{2a} \\ x &= \frac{-b + i\sqrt{-D}}{2a} \end{aligned}$$

a

$$\begin{aligned} x + \frac{b + i\sqrt{-D}}{2a} &= 0 \\ x &= -\frac{b + i\sqrt{-D}}{2a} \\ x &= \frac{-b - i\sqrt{-D}}{2a} \end{aligned}$$

z čehož dostáváme původní vzorec z předchozího videa, tedy:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{-D}}{2a} = \begin{cases} x_1 = \frac{-b + i\sqrt{-D}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b - i\sqrt{-D}}{2a} \end{cases}$$