

Lineární algebra

Definice tělesa

Definice tělesa K je:

$$\begin{aligned} \text{o) } & + : K \times K \rightarrow K \\ & \cdot : K \times K \rightarrow K \end{aligned}$$

$$\text{s1) } \forall a, b \in K : a + b = b + a$$

$$\text{s2) } \forall a, b, c \in K : a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$\text{s3) } \exists 0 \in K, \forall a \in K : a + 0 = a$$

$$\text{s4) } \forall a \in K, \exists b \in K : a + b = 0$$

$$\text{n1) } \forall a, b \in K : a \cdot b = b \cdot a$$

$$\text{n2) } \forall a, b, c \in K : a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

$$\text{n3) } \exists 1 \in K, \forall a \in K : 1 \cdot a = a$$

$$\text{n4) } \forall a \in K \setminus \{0\}, \exists b \in K : a \cdot b = 1$$

$$\text{d) } \forall a, b, c \in K : a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

a mezi zajímavé vlastnosti plynoucí z definice patří:

1. Nulový prvek 0 je určený jednoznačně.
2. Jednotkový prvek 1 je určený jednoznačně.
3. $\forall a \in K : a \cdot 0 = 0$
4. Opačný prvek z axiomu s4) je určen jednoznačně (je jediný takový).
5. Opačný prvek b z axiomu s4) můžeme určit jako $b = (-1) \cdot a$.
6. Pokud $a \cdot b = 0$, pak $a = 0$ nebo $b = 0$.
7. Pokud $a \neq 0$, pak z rovnosti $ab = ac$ plyne $b = c$.
8. $0 \neq 1$ tedy nulový prvek a jednotkový prvek jsou vždy různé.