

Komplexní čísla

Binomické rovnice

Binomická rovnice je tvaru:

$$x^n - a = 0$$

Řešíme ji tak, že číslo a převedeme na komplexní číslo v goniometrickém tvaru a obdržíme:

$$\begin{aligned} x^n &= a \\ x^n &= |a| (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \end{aligned}$$

Nyní převedeme x na nějaké (hledané) komplexní číslo v goniometrickém tvaru a s využitím Moivreovy věty obdržíme:

$$\begin{aligned} (|x| (\cos \varphi + i \sin \varphi))^n &= |a| (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \\ |x|^n (\cos (n\varphi) + i \sin (n\varphi)) &= |a| (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \end{aligned}$$

Nyní porovnáním jednotlivých složek obdržíme:

$$\begin{aligned} |x|^n &= |a| & n\varphi &= \varphi_1 + 2k\pi \\ |x| &= \sqrt[n]{|a|} & \varphi &= \frac{\varphi_1 + 2k\pi}{n} \end{aligned}$$

Proto pro všechna řešení platí:

$$K = \left\{ x_k = \sqrt[n]{|a|} \left(\cos \left(\frac{\varphi_1 + 2k\pi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi_1 + 2k\pi}{n} \right) \right) \mid k = 0, 1, 2, \dots, n-1 \right\}$$

a toho budeme využívat při našich výpočtech.